

# Πρόλογος

Πολλά παιδιά ξεκινούν να διαβάζουν με ένα αλφαβητάριο. Καθισμένα αναπαυτικά σε μια ζεστή αγκαλιά, τα νήπια ακούνε καθώς το αλφάβητο ξετυλίγεται από το «Α όπως alligator» στο «Ζ όπως zebra». Τα βιβλία αυτού του είδους μπορεί να μην είναι λογοτεχνικά αριστουργήματα, αλλά αποτελούν μια αποτελεσματική εισαγωγή στα γράμματα, τις λέξεις και τη γλώσσα.

Στο πνεύμα αυτών των παιδικών αλφαβηταρίων, το βιβλίο αυτό διατρέχει τον κλάδο των μαθηματικών σε μια σειρά από δοκίμια που εκτείνονται από το Α μέχρι το Ζ.\* Το περιεχόμενο είναι σαφώς πιο απαιτητικό –το D τώρα αντιπροσωπεύει τον διαφορικό λογισμό (differential calculus) αντί για το doggie– και η ζεστή αγκαλιά δεν είναι πλέον υποχρεωτική. Αλλά η βασική ιδέα του αλφαβητικού ταξιδιού παραμένει.

Μια τέτοια μορφή επιβάλλει αυστηρούς περιορισμούς σε ένα βιβλίο φτιαγμένο για να διαβαστεί από την πρώτη μέχρι την τελευταία σελίδα. Τα μαθηματικά θέματα προφανώς δεν είναι διατεταγμένα σε κάποια λογική αλληλουχία η οποία να αντανακλά το λατινικό αλφάβητο. Συνεπώς, η μετάβαση από το ένα κεφάλαιο στο άλλο είναι μερικές φορές απότομη. Επιπλέον, ενώ ορισμένα γράμματα του αλφαβήτου είναι πλούσια σε πιθανά αντικείμενα, άλλα είναι μάλλον άγονα, μια κατάσταση που θυμίζει τα παιδικά αλφαβητάρια, όπου βρίσκουμε στο «C» τη λέξη «cat» και στο «X» τη λέξη «xenurus». Όπως θα παρατηρήσει σίγουρα ο αναγνώστης, κάποια από τα θέματα που ακολουθούν έχουν στριμωχτεί κάπως με το ζόρι στη θέση όπου βρίσκονται, όπως ένα πόδι που φοράει νούμερο 44 θα πρέπει να στριμωχτεί για να μπει σε ένα παπούτσι νούμερο 42. Η συγκρότηση μιας θεματικής ροής με τέτοιο τρόπο ώστε να συμπίπτει με την αλφαβητική ροή υπήρξε μια πραγματική λογιστική πρόκληση.

Το βιβλίο ξεκινάει με το (φαινομενικά) απλό αντικείμενο της αριθμητικής. Στα επόμενα κεφάλαια παρουσιάζονται θέματα τα οποία συχνά επανεμφανίζονται και διαπλέκονται μεταξύ τους. Μερικές φορές, κάποια διαδοχικά κεφάλαια ταιριάζουν θεματικά, όπως συμβαίνει με τα Κεφάλαια G (7), H (8) και

---

\*Σ.τ.Μ.: Αν και η σειρά των κεφαλαίων στο πρωτότυπο ήταν αλφαβητική, το χαρακτηριστικό αυτό δεν ήταν δυνατόν να διατηρηθεί στην ελληνική έκδοση.

I (9), που πραγματεύονται τη γεωμετρία, ή με τα Κεφάλαια K (11) και L (12), που αφορούν τους αντιπάλους του δέκατου έβδομου αιώνα Ισαάκ Νεύτωνα και Gottfried Wilhelm Leibniz. Κάποια κεφάλαια είναι εστιασμένα σε συγκεκριμένους μαθηματικούς: στο Κεφάλαιο E (5) συναντάμε τον Euler, στο Κεφάλαιο F (6) τον Fermat και στο Κεφάλαιο R (18) τον Bertrand Russell. Άλλα περιγράφουν συγκεκριμένα αποτελέσματα, όπως είναι το ισοπεριμετρικό πρόβλημα ή ο προσδιορισμός του εμβαδού της επιφάνειας της σφαίρας από τον Αρχιμήδη. Κάποια πραγματεύονται ευρύτερα ζητήματα, όπως ο χαρακτήρας του μαθηματικού ή η παρουσία των γυναικών στον κλάδο. Και, ανεξάρτητα από το αντικείμενο, το κάθε κεφάλαιο προσφέρει μια γενναία δόση ιστορίας.

Στην πορεία αυτή, κάνουν τουλάχιστον μια σύντομη εμφάνιση όλοι οι βασικοί κλάδοι των μαθηματικών – από την άλγεβρα και τη γεωμετρία μέχρι τις πιθανότητες και τον απειροστικό λογισμό. Τα εδάφια που εξηγούν κάποιες βασικές μαθηματικές ιδέες έχουν τη μορφή άτυπου εγχειριδίου, ενώ κάπου-κάπου εμφανίζονται και πραγματικές αποδείξεις (ή τουλάχιστον «μίνι» αποδείξεις). Για παράδειγμα, τα Κεφάλαια D (4) και L (12) αποτελούν μια εισαγωγή στον διαφορικό και στον ολοκληρωτικό λογισμό, αντίστοιχα, και επομένως έχουν κάπως πιο βαριές μαθηματικές αποσκευές.

Ωστόσο, στα περισσότερα κεφάλαια έχει γίνει συνειδητή προσπάθεια να αποφευχθεί η αποκάλυπτα τεχνική ανάπτυξη του θέματος. Ουσιαστικά όλα τα μαθηματικά είναι στοιχειώδη – δηλαδή, οι προαπαιτούμενες γνώσεις για τον αναγνώστη είναι κάποια στοιχεία άλγεβρας και γεωμετρίας του λυκείου. Οι επαγγελματίες μαθηματικοί θα βρουν λίγες εκπλήξεις σε αυτές τις σελίδες. Το βιβλίο απευθύνεται σε εκείνους των οποίων το ενδιαφέρον για τα μαθηματικά είναι τουλάχιστον εξίσου ευρύ με την κατάρτισή τους.

Κάποια θέματα επανέρχονται συνεχώς: ότι τα μαθηματικά είναι ένα αρχαίο πλην ζωτικής σημασίας αντικείμενο, ότι πραγματεύεται ζητήματα καθημερινής σημασίας καθώς και ζητήματα που δεν έχουν απολύτως καμία χρησιμότητα, και ότι είναι ένας κλάδος του οποίου το εντυπωσιακό εύρος είναι εφάμιλλο μόνο του εξίσου εντυπωσιακού βάρους του. Ο στόχος του βιβλίου είναι να μεταδώσει στον αναγνώστη κάποια στοιχεία από τα παραπάνω σε μια ακολουθία αλφαβητικά διατεταγμένων κεφαλαίων.

Θα ήταν αμέλεια να μην αναφέρω το βιβλίο του John Allen Paulos *Beyond Numeracy* (Knopf, Νέα Υόρκη, 1991), το οποίο ο ίδιος έχει περιγράψει ως «εν μέρει λεξικό, εν μέρει συλλογή από σύντομα μαθηματικά δοκίμια, και εν μέρει απάνθισμα συλλογισμών ενός ανθρώπου των αριθμών». Στο γλαφυρό έργο του, ο Paulos διατρέχει επίσης μια μαθηματική διαδρομή από το A μέχρι το Z – στην προκειμένη περίπτωση από την άλγεβρα μέχρι τον Ζήνωνα. Περιλαμβάνοντας πολλαπλά λήμματα σε κάποια γράμματα, καλύπτει μεγαλύτερο εύρος. Από την πλευρά μου, επέλεξα να συμπεριλάβω λιγότερα αλλά εκτενέ-

στερα δοκίμια, προκρίνοντας το μεγαλύτερο βάθος. Ελπίζω ότι τα δύο βιβλία μας μπορούν να συνυπάρξουν ειρηνικά ως παραλλαγές της ίδιας αλφαβητικής διάταξης.

Φυσικά, ένας συγγραφέας είναι αδύνατον να πραγματευτεί κάθε βασικό σημείο, να συμπεριλάβει κάθε σημαντικό σχήμα ή να εξετάσει κάθε καίριο μαθηματικό ζήτημα. Σε κάθε σημείο θα πρέπει να γίνουν κάποιες επιλογές, οι οποίες καθορίζονται από τις απαιτήσεις εσωτερικής συνέπειας, από την πολυπλοκότητα του αντικειμένου, από τα ενδιαφέροντα και τις ειδικές γνώσεις του συγγραφέα και από την τεχνητή αλφαβητική διάταξη. Ένα έργο αυτού του τύπου θα παραλείψει χίλιες φορές περισσότερα απ' όσα μπορεί να συμπεριλάβει, και πάρα πολλά δυνητικά θέματα αναπόφευκτα θα κοπούν στην «αίθουσα μοντάζ» του επεξεργαστή κειμένου.

Εν τέλει, το βιβλίο αυτό είναι η απόκριση ενός συγκεκριμένου ατόμου απέναντι στο αχανές μαθηματικό σύμπαν. Αντιπροσωπεύει μία από τις αναρίθμητες διαδρομές που θα μπορούσαν να έχουν χαράξει αναρίθμητοι συγγραφείς, και δεν μπορώ να ισχυριστώ σε καμία περίπτωση ότι έχω ακολουθήσει την πιο περιεκτική ή έγκυρη πορεία από το Α μέχρι το Ζ.

Πέρα από αυτές τις διευκρινίσεις, ελπίζω ότι τα κεφάλαια αυτά θα δώσουν στον αναγνώστη έστω μια αμυδρή αίσθηση ενός αντικειμένου ατέρμονης γοητείας. Όπως έχει παρατηρήσει η μαθηματικός του δέκατου ένατου αιώνα Σοφία Κοβαλέφσκαγια, «Πολλοί που δεν είχαν ποτέ τους την ευκαιρία να ανακαλύψουν περισσότερα για τα μαθηματικά τα συγχέουν με την αριθμητική και τα θεωρούν μια πεζή και στεία επιστήμη. Στην πραγματικότητα, όμως, είναι μια επιστήμη που απαιτεί τη μέγιστη φαντασία».<sup>1</sup> Και ίσως το βιβλίο να μπορεί να λειτουργήσει ως υπόμνηση των υψηλόφρονων αισθημάτων του Πρόκλου από την Ελλάδα του πέμπτου αιώνα: «μόνο τα μαθηματικά μπορούν να αναζωογονήσουν και να αφυπνίσουν την ψυχή ... στη θέαση της ύπαρξης, μπορούν να τη στρέψουν από τις εικόνες στις πραγματικότητες και από το σκοτάδι στο φως της διάνοιας».<sup>2</sup>