

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό δεν είναι διδακτικό εγχειρίδιο. Δεν είναι ένα βοήθημα για μαθηματικούς διαγωνισμούς. Δεν είναι ένα σύνολο από μαθήματα για διδασκαλία στην τάξη. Δεν παρουσιάζει μια σειρά από εργασίες για μαθητές, ούτε προσφέρει μια ανάπτυξη κάποιων μαθηματικών πεδίων για αυτο-μελέτη.

Τι είδους βιβλίο είναι λοιπόν; Είναι ένα βιβλίο που έχει γραφτεί στο πλαίσιο μιας σημαντικής άτυπης εκπαιδευτικής παράδοσης της πρώην Σοβιετικής Ένωσης, η οποία ενθάρρυνε τη δημιουργία ομάδων μαθητών, δασκάλων και μαθηματικών, που ονομάζονταν «μαθηματικοί κύκλοι». Η βασική αντίληψη που το διέπει είναι ότι η μελέτη των μαθηματικών μπορεί να γεννήσει τον ίδιο ενθουσιασμό που προκαλεί και ένα ομαδικό άθλημα – χωρίς να έχει απαραίτητα ανταγωνιστικό χαρακτήρα.

Επομένως, είναι περισσότερο ένα βιβλίο ψυχαγωγικών μαθηματικών – με τη διαφορά ότι είναι πιο σοβαρό από ένα βιβλίο αυτού του είδους. Γραμμένο από πανεπιστημιακούς ερευνητές μαθηματικούς, είναι προϊόν της πολυετούς εκπαιδευτικής εμπειρίας αυτών των δασκάλων με ομάδες μαθητών της μέσης εκπαίδευσης. Οι σειρές των προβλημάτων είναι δομημένες με τέτοιο τρόπο ώστε ουσιαστικά όλοι οι μαθητές να μπορούν να αντιμετωπίσουν τα πρώτα λίγα παραδείγματα. Ωστόσο, οι ίδιες αρχές επίλυσης προβλημάτων που αναπτύσσονται στα πρώτα στάδια κάνουν δυνατή την επίλυση εξαιρετικά απαιτητικών προβλημάτων στη συνέχεια. Στο ενδιάμεσο, υπάρχουν προβλήματα για κάθε επίπεδο ενδιαφέροντος ή ικανοτήτων.

Οι μαθηματικοί κύκλοι της πρώην Σοβιετικής Ένωσης, και ιδιαίτερα του Λένινγκραντ (τη σημερινή Αγία Πετρούπολη, όπου επινοήθηκαν αυτά τα προβλήματα) ήταν εντελώς διαφορετικοί από τις περισσότερες μαθηματικές λέσχες των ΗΠΑ. Κατά κανόνα, δεν διευθύνονταν από δασκάλους, αλλά από μεταπτυχιακούς φοιτητές ή διδάσκοντες σε πανεπιστήμια, οι οποίοι θεωρούσαν μέρος των επαγγελματικών τους καθηκόντων να μούν τους νεότερους μαθητές στις χαρές των μαθηματικών. Οι μαθητές συχνά συγκεντρώνονταν αργά τη νύχτα, και πήγαιναν μαζί σε εκδρομές τα σαββατοκύριακα ή σε θερινά ησυχαστήρια, αναπτύσσοντας μια εγγύτητα και ένα πνεύμα αμοιβαίας υποστήριξης που συνήθως στη χώρα μας χαρακτηρίζει τα μέλη αθλητικών ομάδων.

Έχουμε την τύχη να ζούμε σε μια εποχή όπου οι Ρώσοι και οι Αμερικανοί μπορούν εύκολα να επικοινωνούν και να μοιράζονται στοιχεία της πολιτισμικής τους ταυτότητας. Η ανάπτυξη της μαθηματικής εκπαίδευσης είναι μια πτυχή της ρωσικής κουλτούρας από την οποία έχουμε να διδαχθούμε πολλά. Ακόμα και σήμερα, είναι πολύ σπάνιο να βρει κανείς στην Αμερική ερευνητές μαθηματικούς που να είναι διατεθειμένοι να αφιερώσουν χρόνο, ενέργεια και σκέψη στην ανάπτυξη διδακτικού υλικού για μαθητές της μέσης εκπαίδευσης.

Θα πρέπει λοιπόν να δανειστούμε στοιχεία από τους Ρώσους συναδέλφους μας. Το βιβλίο αυτό είναι προϊόν ενός τέτοιου δανεισμού. Μερικά κεφάλαια, όπως αυτό για την τριγωνική ανισότητα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν αυτούσια στα αμερικανικά σχολεία, ως συμπλήρωμα των καθιερωμένων εγχειριδίων. Άλλα, όπως η μελέτη της θεωρίας γραφημάτων, επεκτείνουν την επίσημη διδασκτέα ύλη με μαθηματικά διαμάντια τα οποία συνήθως δεν αναφέρονται στην τάξη. Ενώ κάποια άλλα, όπως το κεφάλαιο για τα παίγνια, αποτελούν μια πλούσια πηγή εξωσχολικού υλικού με μεγαλύτερη δομή και νόημα από πολλά αντικείμενα μελέτης.

Σε κάθε κεφάλαιο παρουσιάζονται παραδείγματα μαθηματικών μεθόδων στις απλούστερες δυνατές μορφές τους. Το παιχνίδι «Nim», το οποίο μπορεί να απολαύσει και να αναλύσει κι ένας μαθητής της τρίτης δημοτικού, αποδεικνύεται ίδιο με ένα παιχνίδι που παίζεται με ένα μόνο πόνι σε μια σκακιέρα. Αυτό το τελευταίο γίνεται με τη σειρά του ένα μάθημα πάνω στην αναδιατύπωση προβλημάτων για μαθητές της πρώτης γυμνασίου, και στη συνέχεια χρησιμεύει ως μια εισαγωγή στη φύση του ισομορφισμού για τον μαθητή του λυκείου. Η αρχή του περιστερώνα, μία από τις πιο απλές αλλά και πιο θεμελιώδεις από τις αρχές που έχουν να προσφέρουν τα μαθηματικά, γίνεται ένα εργαλείο απόδειξης στη θεωρία αριθμών και τη γεωμετρία.

Ωστόσο, το ύφος του έργου παραμένει ανάλαφρο. Το κεφάλαιο για τη συνδυαστική δεν απαιτεί κατανόηση των γεννητριών συναρτήσεων ή της μαθηματικής επαγωγής. Τα προβλήματα της θεωρίας γραφημάτων παραμένουν επίσης στην επιφάνεια αυτού του σημαντικού κλάδου των μαθηματικών. Η προσέγγιση του κάθε γνωστικού αντικειμένου προσφέρεται για παιχνίδι του νου, όχι για βαθύ στοχασμό. Εντούτοις, το βιβλίο καταφέρνει να θίξει κάποια βαθιά ζητήματα.

Αυτή ακριβώς είναι η ποιότητα εργασίας την οποία οι μαθηματικοί της πρώην Σοβιετικής Ένωσης ανέπτυξαν σε επίπεδο υψηλής τέχνης. Η παρουσίαση των μαθηματικών, και όχι απλώς η ανάπτυξή τους, έγινε μέρος της μαθηματικής εργασίας των Ρώσων. Το βιβλίο αυτό ανήκει επομένως σε ένα πνευματικό είδος που παραμένει εν πολλοίς μη ανεπτυγμένο στην αγγλική γλώσσα.

Mark Saul, Ph.D.

Bronxville Schools

Μπρόνξβιλ, Νέα Υόρκη