

Πρόλογος στη ρωσική έκδοση

§1. Εισαγωγή

Το βιβλίο αυτό γράφτηκε αρχικά για να βοηθήσει όσους ασχολούνταν με την εξωσχολική μαθηματική εκπαίδευση στην πρώην Σοβιετική Ένωση: δασκάλους σχολείων, καθηγητές πανεπιστημίων που συμμετείχαν σε προγράμματα μαθηματικής εκπαίδευσης, ενθουσιώδεις εθελοντές που διηύθυναν μαθηματικούς κύκλους, ή ανθρώπους που απλώς ήθελαν ένα μαθηματικό και ταυτόχρονα ψυχαγωγικό ανάγνωσμα. Και σίγουρα μαθητές, οι οποίοι μπορούν να χρησιμοποιήσουν αυτό το βιβλίο για αυτόνομη μελέτη.

Ένας άλλος λόγος για τον οποίο γράφτηκε αυτό το βιβλίο είναι ότι θεωρήσαμε απαραίτητο να καταγραφεί ο ρόλος που είχαν διαδραματίσει οι παραδόσεις της μαθηματικής εκπαίδευσης στο Λένινγκραντ (τη σημερινή Αγία Πετρούπολη) τα τελευταία 60 χρόνια. Παρότι η πόλη μας ήταν, πράγματι, το λίκνο του κινήματος των ολυμπιάδων στην ΕΣΣΔ (όντας ο τόπος όπου πραγματοποιήθηκαν τα πρώτα στην ιστορία μαθηματικά σεμινάρια για μαθητές στο διάστημα 1931-32, και η έδρα της πρώτης ολυμπιάδας σε επίπεδο πόλης, που διοργανώθηκε το 1934), και παραμένει μέχρι και σήμερα πρωτοπόρος σε αυτό τον τομέα, η τεράστια εκπαιδευτική εμπειρία της δεν είχε καταγραφεί επαρκώς για τους ενδιαφερόμενους αναγνώστες.

* * *

Παρά την υφολογική ποικιλομορφία της, η ύλη του βιβλίου αυτού είναι μεθοδολογικά ομογενής. Θεωρούμε ότι καλύπτει όλα τα βασικά αντικείμενα που μπορούν να μελετηθούν στις συνεδρίες ενός μαθηματικού κύκλου κατά τα δύο πρώτα χρόνια εξωσχολικής εκπαίδευσης (για μαθητές 12-14 ετών, κατά προσέγγιση). Ο κύριος στόχος μας ήταν να κάνουμε την προετοιμασία των συνεδριών και την επιλογή προβλημάτων ευκολότερη για τον δάσκαλο (ή για οποιονδήποτε λάτρη των μαθηματικών που επιθυμεί να αφιερώσει χρόνο στη διδασκαλία εξωσχολικών μαθηματικών σε παιδιά). Η επιθυμία μας ήταν να μελετήσουμε μαθηματικές ιδέες που είναι σημαντικές για τους μαθητές, και να

εξετάσουμε πώς μπορούμε να εστιάσουμε την προσοχή των μαθητών σε αυτές τις ιδέες.

Θα πρέπει να τονίσουμε ότι η εργασία της προετοιμασίας και της διεύθυνσης μιας συνεδρίας είναι και η ίδια μια δημιουργική διαδικασία. Επομένως, θα ήταν άστοχο να ακολουθήσει κανείς τις υποδείξεις μας τυφλά. Ωστόσο, ελπίζουμε ότι τα περιεχόμενα αυτού του βιβλίου θα σας δώσουν αρκετή ύλη για τις περισσότερες από τις συνεδρίες σας. Μια φυσιολογική χρήση αυτού του βιβλίου θα ήταν η εξής: στο πλαίσιο της εργασίας πάνω σε ένα συγκεκριμένο αντικείμενο, ο δάσκαλος μελετά και αναλύει ένα κεφάλαιο του βιβλίου, και στη συνέχεια αρχίζει να σχεδιάζει ένα περίγραμμα της συνεδρίας. Βέβαια, θα πρέπει προφανώς να γίνουν κάποιες προσαρμογές, με βάση το επίπεδο της κάθε συγκεκριμένης ομάδας μαθητών. Για συμπληρωματικές πηγές προβλημάτων, μπορεί κανείς να ανατρέξει στις βιβλιογραφικές παραπομπές [13, 16, 24, 31, 33] και [40].

* * *

Θα θέλαμε να αναφέρουμε δύο σημαντικά στοιχεία από την παράδοση της εξωσχολικής μαθηματικής εκπαιδευτικής δραστηριότητας στην πόλη του Λένινγκραντ:

(1) Οι συνεδρίες χαρακτηρίζονται από ζωνή και αυθόρμητη επικοινωνία ανάμεσα στους δασκάλους και στους μαθητές, στην οποία ο κάθε μαθητής αντιμετωπίζεται με βάση τις δικές του ανάγκες και ικανότητες, στο μέτρο του δυνατού.

(2) Η διαδικασία ξεκινάει από αρκετά μικρή ηλικία: συνήθως στη διάρκεια της έκτης δημοτικού (ηλικία 11-12), και μερικές φορές ακόμα νωρίτερα.

Το βιβλίο αυτό έχει γραφτεί κατά κύριο λόγο ως οδηγός για μαθητές και δασκάλους της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης. Η ηλικία των μαθητών αναμφίβολα θα επηρεάσει το ύφος των συνεδριών. Επομένως, θα συνιστούσαμε τα εξής:

A) Θεωρούμε άστοχο να αφιερώνει κανείς μια μακροσκελή συνεδρία για μαθητές μικρότερων ηλικιών σε ένα μόνο αντικείμενο. Πιστεύουμε ότι είναι χρήσιμο να αλλάζει η κατεύθυνση της δραστηριότητας ακόμα και εντός της ίδιας συνεδρίας.

B) Θα πρέπει οπωσδήποτε να επανέρχεται κανείς συνεχώς στην ύλη η οποία έχει ήδη καλυφθεί. Αυτό μπορεί να γίνει με χρήση προβλημάτων από ολυμπιάδες και άλλους μαθηματικούς διαγωνισμούς (βλ. Παράρτημα A).

Γ) Κατά τη μελέτη ενός αντικειμένου, προσπαθήστε να δώσετε έμφαση σε λίγα από τα βασικότερα ορόσημα ώστε να πετύχετε μια πλήρη κατανόηση (και όχι απλή απομνημόνευση!) αυτών των στοιχείων και ιδεών.

Δ) Συνιστούμε να χρησιμοποιούνται πάντα στις συνεδρίες μη τυπικές και «παιγνιώδεις» δραστηριότητες, και να αναλύονται πλήρως οι λύσεις και οι αποδείξεις. Επίσης, είναι σημαντικό να χρησιμοποιούνται ψυχαγωγικά προβλήματα και μαθηματικά αστεία. Μπορείτε να βρείτε τέτοιο υλικό στις παραπομπές [5-7, 16-18, 26-30].

Στο σημείο αυτό θα πρέπει να αναφέρουμε τους προκατόχους μας – εκείνους που προσπάθησαν στο παρελθόν να δημιουργήσουν κάποιου είδους ανθολογίες για τους μαθηματικούς κύκλους του Λένινγκραντ. Τα βιβλία τους, [32] και [43], δυστυχώς δεν έχουν φτάσει σε πολλούς αναγνώστες οι οποίοι ενδιαφέρονται για τη μαθηματική εκπαίδευση στο γυμνάσιο.

Η αρχική έκδοσή του πρώτου μέρους αυτού του βιβλίου εκδόθηκε τη διετία 1990-91 από την Ακαδημία Παιδαγωγικών Επιστημών της ΕΣΣΔ με τη μορφή μιας συλλογής άρθρων [21] γραμμένων από διάφορους συγγραφείς. Θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε όλους τους συναδέλφους μας των οποίων την εργασία χρησιμοποιήσαμε στο πλαίσιο της προετοιμασίας αυτού του βιβλίου: Denis G. Benua, Igor B. Zhukov, Oleg A. Ivanov, Alexey L. Kirichenko, Konstantin P. Kokhas, Nikita Yu. Netsvetaev και Anna G. Frolova.

Εκφράζουμε επίσης την ελκρινή μας ευγνωμοσύνη στον Igor S. Rubanov, του οποίου το άρθρο για την επαγωγή που γράφτηκε ειδικά για το δεύτερο μέρος του βιβλίου [21] (αλλά δυστυχώς δεν εκδόθηκε ποτέ) περιλαμβάνεται εδώ υπό τη μορφή του κεφαλαίου «Επαγωγή».

Οφείλουμε ιδιαίτερες ευχαριστίες στον Alexey Kirichenko, του οποίου η βοήθεια στα πρώτα στάδια της συγγραφής αυτού του βιβλίου ήταν καθοριστική. Θα θέλαμε επίσης να ευχαριστήσουμε την Anna Nikolaeva για τη σχεδίαση των εικόνων.

§2. Δομή του βιβλίου

Το βιβλίο αποτελείται από αυτό τον πρόλογο, δύο κύρια μέρη, το Παράρτημα Α, «Μαθηματικοί διαγωνισμοί», το Παράρτημα Β, «Απαντήσεις, υποδείξεις, λύσεις», και το παράρτημα Γ, «Παραπομπές».

Το πρώτο μέρος («Ο πρώτος χρόνος εκπαίδευσης») ξεκινάει με το Κεφάλαιο Μηδέν, που αποτελείται από δοκιμαστικές ερωτήσεις που προορίζονται κατά κύριο λόγο για μαθητές ηλικίας 10-11. Τα προβλήματα αυτού του κεφαλαίου δεν έχουν ουσιαστικά κανένα μαθηματικό περιεχόμενο, και ο βασικός τους στόχος είναι να διαγνώσουν τις μαθηματικές και λογικές ικανότητες των μαθητών. Το υπόλοιπο του πρώτου μέρους είναι χωρισμένο σε 8 κεφάλαια. Τα πρώτα επτά είναι αφιερωμένα σε συγκεκριμένα αντικείμενα, και το όγδοο («Προβλήματα για τον πρώτο χρόνο») είναι απλά μια συλλογή προβλημάτων πάνω σε διάφορα θέματα.

Το δεύτερο μέρος («Ο δεύτερος χρόνος εκπαίδευσης») αποτελείται από 9 κεφάλαια, κάποια από τα οποία απλώς συνεχίζουν την ανάπτυξη του πρώτου μέρους (για παράδειγμα, τα κεφάλαια «Γραφήματα-2» και «Συνδυαστική-2»). Άλλα κεφάλαια αποτελούνται από ύλη που θεωρείται υπερβολικά περίπλοκη για τον πρώτο χρόνο: «Αναλλοίωτες ποσότητες», «Επαγωγή», «Ανισότητες».

Στο Παράρτημα Α περιγράφονται πέντε βασικοί τύποι μαθηματικών διαγωνισμών που ήταν δημοφιλείς στην πρώην Σοβιετική Ένωση. Οι διαγωνισμοί αυτοί μπορούν να ενταχθούν σε συνεδρίες των μαθηματικών κύκλων ή να χρησιμοποιηθούν για να διοργανωθούν «αγώνες» ανάμεσα σε διαφορετικούς κύκλους ή ακόμα και ανάμεσα σε σχολεία.

Οι υποδείξεις προς τον δάσκαλο συνήθως παρουσιάζονται σε ξεχωριστά τμήματα του κειμένου με επικεφαλίδα «Για τους διδάσκοντες». Τα σπάνια «Μεθοδολογικά σχόλια» περιλαμβάνουν κυρίως υποδείξεις σχετικά με τη μεθοδολογία της επίλυσης προβλημάτων: εφιστούν την προσοχή στους βασικούς μηχανισμούς αποδείξεων ή μεθόδων αναγνώρισης και κατηγοριοποίησης των προβλημάτων.

§3. Τεχνικές λεπτομέρειες και επισημάνσεις

(1) Τα πιο δύσκολα προβλήματα επισημαίνονται με αστερίσκο (*).

(2) Σχεδόν όλα τα προβλήματα σχολιάζονται στο Παράρτημα Β, όπου παρουσιάζεται είτε μια πλήρης λύση είτε κάποιες υποδείξεις και η απάντηση. Αν ένα πρόβλημα είναι υπολογιστικού χαρακτήρα, συνήθως παρατίθεται μόνο μια απάντηση. Οι λύσεις των προβλημάτων για αυτόνομη επίλυση δεν έχουν συμπεριληφθεί (ειδικότερα, αυτό ισχύει για όλα τα προβλήματα από τα Κεφάλαια 8 και 17).

(3) Όλες οι παραπομπές παρατίθενται στη σχετική λίστα στο τέλος του βιβλίου. Τα βιβλία που συνιστούμε ιδιαίτερα επισημαίνονται με αστερίσκο.