

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγικό κεφάλαιο	3
1.1	Φυσικοί αριθμοί	4
1.1.1	Μαθηματική επαγωγή	4
1.1.2	Διαιρετότητα	13
1.2	Σχέσεις και απεικονίσεις	15
1.2.1	Διμελείς σχέσεις	15
1.2.2	Απεικονίσεις	16
1.3	Ασκήσεις	19
2	Στοιχειώδης συνδυαστική απαρίθμησης	37
2.1	Πεπερασμένα σύνολα	37
2.2	Βασικές αρχές απαρίθμησης	38
2.3	Εφαρμογές	45
2.3.1	Απεικονίσεις	45
2.3.2	Αναδιατάξεις	46
2.3.3	Κυκλικές αναδιατάξεις	47
2.3.4	Υποσύνολα, συνδυασμοί, διωνυμικοί συντελεστές	48
2.3.5	Αναδιατάξεις συλλογών, πολωνυμικοί συντελεστές	54
2.3.6	Συνθέσεις ακεραίων	56
2.3.7	Συνδυασμοί με επανάληψη	57
2.3.8	Μονοπάτια και αριθμοί Catalan	58
2.4	Συνδυαστικές ταυτότητες	61
2.5	Ασκήσεις	65
3	Εγκλεισμός-αποκλεισμός	89
3.1	Αρχή εγκλεισμού - αποκλεισμού	89
3.2	Εφαρμογές	94
3.2.1	Επί απεικονίσεις	94
3.2.2	Συνάρτηση του Euler	94
3.2.3	Αναδιατάξεις χωρίς σταθερά σημεία	96
3.2.4	Πιόνια στη σκακιέρα	97
3.3	Ασκήσεις	100

4	Διαμερίσεις, σχέσεις ισοδυναμίας, μερικές διατάξεις	113
4.1	Αρχή του περιστερώνα	113
4.2	Διαμερίσεις συνόλων	116
4.3	Αριθμοί Stirling και Bell	118
4.4	Μερικές διατάξεις	124
4.4.1	Αλυσίδες και αντιαλυσίδες	126
4.4.2	Το Θεώρημα του Sperner	129
4.5	Ασκήσεις	131
5	Γραφήματα	153
5.1	Η έννοια του γραφήματος	153
5.2	Περίπατοι και συνεκτικότητα	157
5.3	Δένδρα	160
5.3.1	Ορισμοί και ιδιότητες	161
5.3.2	Το Θεώρημα Cayley–Sylvester	164
5.3.3	Βέλτιστα δένδρα και ο αλγόριθμος του Kruskal	168
5.3.4	Δένδρα με ρίζα	170
5.4	Χρωματισμοί και ταιριάσματα	173
5.4.1	Ο χρωματικός αριθμός	173
5.4.2	Διμερή γραφήματα	176
5.4.3	Το Θεώρημα του Γάμου	178
5.5	Το χρωματικό πολώνυμο	183
5.6	Επίπεδα γραφήματα	192
5.7	Ασκήσεις	195
6	Γεννήτριες συναρτήσεις	223
6.1	Ορισμοί και παραδείγματα	223
6.1.1	Αριθμοί Fibonacci	223
6.1.2	Τυπικές δυναμοσειρές	225
6.1.3	Γραμμικές αναδρομικές σχέσεις	230
6.2	Συνθέσεις ακεραίων	233
6.3	Διαμερίσεις ακεραίων	236
6.4	Διωνυμικές σειρές, αριθμοί Catalan	239
6.5	Εκθετικές γεννήτριες συναρτήσεις	241
6.6	Ασκήσεις	245
7	Διακριτή πιθανότητα	271
7.1	Χώροι πιθανότητας	271
7.1.1	Απαρίθμηση και πιθανότητα	271
7.1.2	Πεπερασμένοι χώροι πιθανότητας	276
7.1.3	Διακριτοί χώροι πιθανότητας	282

7.2	Δεσμευμένη πιθανότητα και ανεξαρτησία	284
7.3	Τυχαίες μεταβλητές	289
7.3.1	Ορισμοί και παραδείγματα	290
7.3.2	Μέση τιμή και διασπορά	293
7.4	Ασκήσεις	306