

Πρόλογος

Το βιβλίο αυτό απευθύνεται κυρίως σε φοιτητές και φοιτήτριες τμημάτων μαθηματικών, πληροφορικής αλλά και άλλων συγγενικών θετικών επιστημών, που δεν έχουν εξειδικευμένες γνώσεις στα διακριτά μαθηματικά. Βασίζεται σε σημειώσεις του συγγραφέα οι οποίες έχουν χρησιμοποιηθεί για τη διδασκαλία του μαθήματος των διακριτών μαθηματικών στα Πανεπιστήμια Αθηνών και Κρήτης και έχουν τύχει περαιτέρω συστηματικής επεξεργασίας. Στόχος του βιβλίου είναι να εξοικειώσει τους αναγνώστες με δομές των διακριτών και συνδυαστικών μαθηματικών που θα φανούν χρήσιμες στην περαιτέρω μελέτη των μαθηματικών και των εφαρμογών τους, και να τους βοηθήσει τόσο να εκτιμήσουν και να αφομοιώσουν τις ανάλογες μεθόδους και ιδέες όσο και να αναπτύξουν τη συνδυαστική τους σκέψη. Τα προαπαιτούμενα είναι ελάχιστα, γεγονός που καθιστά το βιβλίο κατάλληλο για ένα ευρύτερο φάσμα αναγνωστών (το οποίο περιλαμβάνει και κάποιους μαθητές και μαθήτριες Λυκείου) με ενδιαφέρον στα μαθηματικά. Ωστόσο, χρήσιμη θα είναι κάποια προηγούμενη εμπειρία του αναγνώστη με μαθηματικές αποδείξεις.

Η ύλη που καλύπτεται είναι συγκρίσιμη με εκείνη την οποία συναντά κανείς σε εισαγωγικά μαθήματα διάρκειας ενός εξαμήνου με τίτλο «Διακριτά Μαθηματικά», ή «Συνδυαστική και Θεωρία Γραφημάτων», σε διεθνή προπτυχιακά προγράμματα σπουδών. Η επιλογή της θεματολογίας έχει στόχο να καλύψει κάποια από τα κενά στην ελληνική βιβλιογραφία στα διακριτά μαθηματικά, μέρος της οποίας προσανατολίζεται κυρίως προς τις εφαρμογές στην επιστήμη των υπολογιστών, να αποφύγει την επικάλυψη με ύλη που συνήθως περιλαμβάνεται σε άλλα βασικά μαθήματα προπτυχιακών προγραμμάτων σπουδών και, φυσικά, αντανακλά και τα ενδιαφέροντα και τις προτιμήσεις του συγγραφέα. Έχει γίνει προσπάθεια ώστε το ύφος του βιβλίου να είναι προσιτό, χωρίς όμως να θυσιάζονται η ακρίβεια και η σαφήνεια που πρέπει να χαρακτηρίζουν ένα μαθηματικό κείμενο, ή να περιέχονται φλυαρίες που κουράζουν τον αναγνώστη.

Το πρώτο κεφάλαιο αποτελεί επισκόπηση όχι μόνο των απαραίτητων γνώσεων, αλλά κυρίως των αποδεικτικών μεθόδων με τις οποίες θα πρέπει ο αναγνώστης να έχει ευχέρεια, προϋπόθεση απαραίτητη για την καλύτερη δυνατή κατανόηση των επόμενων κεφαλαίων. Το δεύτερο κεφάλαιο αποτελεί μια σύντομη εισαγωγή στην απαριθμητική συνδυαστική. Οι βασικές αρχές απαρίθμησης που αναπτύσσονται εκεί αποτελούν εργαλεία που εφαρμόζονται σε όλα τα επόμενα κεφάλαια. Ως μια μικρή καινοτομία, η πολλαπλασιαστική αρχή διατυπώνεται όχι μόνο στην «εκλαϊκευμένη» της μορφή, αλλά και σε αυστηρή μαθηματική γλώσσα, έτσι ώστε να γνωρίζει ο αναγνώστης σε

ποια ακριβώς μαθηματική πρόταση αντιστοιχεί και να μπορεί να την εφαρμόζει σωστά. Δίνεται κάποια έμφαση σε εφαρμογές στην απόδειξη συνδυαστικών ταυτοτήτων και στον υπολογισμό συνδυαστικών αθροισμάτων, προβλήματα που απαντώνται σε μεγάλο μέρος των σύγχρονων μαθηματικών. Λόγω της εξέχουσας σημασίας της, η αρχή εγκλεισμού-αποκλεισμού μελετάται σε ξεχωριστό (το τρίτο) κεφάλαιο. Τα επόμενα δύο κεφάλαια επικεντρώνονται στη μελέτη βασικών εννοιών και δομών των διακριτών μαθηματικών, όπως οι διαμερίσεις συνόλων, οι μερικές διατάξεις και τα γραφήματα, και δίνουν εφαρμογές σε συνδυαστικά προβλήματα μεγίστου-ελαχίστου, σε προβλήματα συνδυαστικών κατασκευών και αλλού. Το έκτο κεφάλαιο αποτελεί εισαγωγή σε ένα από τα σπουδαιότερα εργαλεία της απαριθμητικής συνδυαστικής, οι εφαρμογές του οποίου επεκτείνονται σε ένα ευρύτατο φάσμα των προπτυχιακών (και όχι μόνον) μαθηματικών, τη μέθοδο των γεννητριών συναρτήσεων. Στο τελευταίο κεφάλαιο αναπτύσσεται στοιχειωδώς η θεωρία της διακριτής πιθανότητας, ουσιαστικά ως εφαρμογή της ύλης των προηγούμενων κεφαλαίων.

Αναπόσπαστο κομμάτι του βιβλίου είναι οι ασκήσεις που δίνονται στο τέλος κάθε κεφαλαίου, η σκοπιμότητα και η προέλευση των οποίων ποικίλλει. Οι περισσότερες στοχεύουν στην αφομοίωση της ύλης και στην ενεργή συμμετοχή του αναγνώστη στη μαθηματική διαδικασία. Άλλες αποτελούν τμήματα θεωρίας που έχουν δοθεί υπό μορφή άσκησης, έτσι ώστε το μέγεθος του βιβλίου να μην υπερβεί κάποια λογικά όρια και, ταυτόχρονα, να έχουν τη δυνατότητα να επεκτείνουν και να εμβαθύνουν τις γνώσεις τους οι αναγνώστες που το επιθυμούν. Ο διδάσκων / η διδάσκουσα που θα συμβουλευτεί το βιβλίο θα μπορούσε να ενσωματώσει κάποιες από τις ασκήσεις στον κορμό του μαθήματος, ανάλογα με τις περιστάσεις και τους στόχους. Ως προς την προέλευση, κάποιες από τις ασκήσεις έχουν παρθεί από σχετικά συγγράμματα (Biduali [8], Lovász [13], Matousek–Nesetril [17], Stanley [21]), άλλες αποτελούν παραλλαγές προβλημάτων που τέθηκαν σε μαθηματικούς διαγωνισμούς ή αποτελεσμάτων που δημοσιεύθηκαν σε ερευνητικά άρθρα, ενώ αρκετές είναι πρωτότυπες και δύσκολα θα βρεθούν αλλού στη διεθνή βιβλιογραφία. Σε κάθε περίπτωση, ο αναγνώστης ενθαρρύνεται να προσπαθήσει να λύσει ο ίδιος τις ασκήσεις, αρχίζοντας από τις πιο απλές και βαίνοντας προς τις δυσκολότερες, πριν συμβουλευθεί τις προτεινόμενες λύσεις.

Ευχαριστώ το συνάδελφο Δημήτρη Χελιώτη για τις χρήσιμες τεχνικές συμβουλές του επί του Κεφαλαίου 7.

Αθήνα, Σεπτέμβριος 2022