

Πρόλογος στην ελληνική έκδοση

Το παρόν βιβλίο για τη Συνδυαστική αποτελεί μια σχολαστικά επιμελημένη μετάφραση του τόμου *Kvant Selecta: Combinatorics, I*, που ανήκει στη σειρά *Mathematical World* της American Mathematical Society.

Πρόκειται για το τρίτο βιβλίο της υποσειράς «Μαθηματικές Αναζητήσεις» των εκδόσεων Εφαλτήριο, την οποία έχω την τιμή και τη χαρά να διευθύνω. Τα δύο προηγούμενα βιβλία είναι το *Kvant Selecta: Άλγεβρα και Ανάλυση, I* και το *Μαθηματικοί κύκλοι: η ρωσική εμπειρία*. Τα έργα που ανήκουν σε αυτή την υποσειρά (και εμπίπτουν στις ευρύτερες σειρές είτε της «Συναρπαστικής Επιστήμης» είτε της «Βιβλιοθήκης των Επιστημόνων» των εκδόσεων Εφαλτήριο, συνδέοντάς τες), εντάσσονται σε δύο κατηγορίες με βάση τα ακόλουθα διακριτά και σαφή κριτήρια:

1) Η πρώτη κατηγορία αποτελείται από βιβλία που επικεντρώνονται στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων τα οποία εμφανίζουν κλιμάκωση ως προς τον βαθμό της δυσκολίας τους. Η έμφαση δίνεται εν προκειμένω στη διδασκαλία της μεθόδου «προσέγγισης» και επίλυσης τέτοιων μαθηματικών προβλημάτων, πιάνοντας το νήμα του συλλογισμού από την αρχή, από τα στοιχειώδη: ξεκινώντας, δηλαδή, από αυτά που μπορεί να κατανοήσει ο καθένας και όχι μόνον οι «μνημένοι», οι έμπειροι λύτες. Σε αυτή την κατηγορία ανήκει το βιβλίο *Μαθηματικοί κύκλοι: η ρωσική εμπειρία*, που περιέχει εξαιρετικές οδηγίες για τη διδασκαλία του τρόπου επίλυσης μαθηματικών προβλημάτων που ανήκουν στις θεματικές ενότητες οι οποίες συγκροτούν το περιεχόμενό του. Χωρίς υπερβολή, αξίζει να διαβαστεί από κάθε μαθηματικό, κάθε μαθητή Γυμνασίου και Λυκείου αλλά και κάθε ενδιαφερόμενο για τα Μαθηματικά αναγνώστη.

2) Κάποια άλλα βιβλία αποτελούν ξεχωριστά, από πλευράς ποιότητας, βιβλία πάνω σε συγκεκριμένο γνωστικό αντικείμενο (π.χ., στη Γεωμετρία) ή συλλογές μαθηματικών δοκιμίων. Στην πρώτη από τις δύο παραπάνω υποκατηγορίες εντάσσονται βιβλία που πρόκειται να εκδοθούν στο εγγύς μέλλον σε αυτή την υποσειρά, ενώ στη δεύτερη υποκατηγορία ανήκουν το *Kvant Selecta: Άλγεβρα και Ανάλυση, I* και το ανά χείρας βιβλίο. Τα δύο τελευταία βιβλία περιέχουν μεταφρασμένα από τα αγγλικά άρθρα, τα οποία πρωτοδημοσιεύθηκαν στη ρω-

σική γλώσσα, στο μαθηματικό περιοδικό KVANT, τη δεκαετία του 1970. Πρόκειται για «μαθηματικά διαμάντια», που αξίζει να διαβαστούν με προσοχή από μαθητές και καθηγητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης που έχουν ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά (δηλαδή ασχολούνται με μαθηματικά θέματα πέραν της σχολικής ύλης), από προπτυχιακούς και μεταπτυχιακούς φοιτητές των Μαθηματικών αλλά και, γενικότερα, των θετικών επιστημών, όπως και από «ώριμους» μαθηματικούς. Ας μην λησμονούμε, άλλωστε, ότι το περιοδικό KVANT αποτελούσε, ήδη από την εποχή της ΕΣΣΔ, και εξακολουθεί και σήμερα να αποτελεί μια «γέφυρα» ανάμεσα στη δευτεροβάθμια και την τριτοβάθμια εκπαίδευση στη Ρωσία. Για τον σκοπό αυτό αρθρογραφούν σε αυτό σπουδαίοι ερευνητές μαθηματικοί που διδάσκουν στην τριτοβάθμια εκπαίδευση της χώρας τους.

Επιπλέον, οι δύο παραπάνω κατηγορίες βιβλίων που συναπαρτίζουν την υποσειρά «Μαθηματικές αναζητήσεις» αποτελούν ιδανικά αναγνώσματα για όσους ενδιαφέρονται να προετοιμαστούν για μαθηματικούς διαγωνισμούς, εθνικούς και διεθνείς. Πρέπει, όμως, να τονιστεί με έμφαση ότι η έκδοση τέτοιων μελετημάτων κυρίως αποβλέπει στην επίτευξη ενός πιο γενικού σκοπού, που είναι η βαθιά καλλιέργεια της μαθηματικής σκέψης. Αυτό επιχειρείται με τη χρήση -δηλαδή τη δημιουργική διδασκαλία και συζήτηση- των προαναφερθέντων τριών βιβλίων που ήδη συγκροτούν αυτή την υποσειρά, αλλά και άλλων ομοειδών τους που σύντομα θα ακολουθήσουν, από διάφορους «Μαθηματικούς Ομίλους», που σήμερα γνωρίζουν περίοδο αξιοπρόσεκτης ακμής σε διαφορετικά εκπαιδευτικά συστήματα ανά τον κόσμο, από τη Ρωσία και την Κίνα μέχρι διάφορες χώρες της ΕΕ και τις ΗΠΑ (κυρίως τις τελευταίες, όσον αφορά τη Δύση).

Ερχόμενος, τώρα, στο ανά χείρας βιβλίο, αξίζει να τονίσει κανείς, πρώτον, την ποικιλία των θεμάτων που μελετώνται στα άρθρα που περιέχει. Ενδεικτικά, ας μου επιτραπεί να αναφερθώ σε ένα μόνο άρθρο, ακριβώς επειδή για την κατανόηση του περιεχομένου του προαπαιτούνται μηδενικές μαθηματικές γνώσεις, ενώ το μόνο που χρειάζεται είναι αρκετή σκέψη για την επίλυση των δύο κυρίως από τα τέσσερα προβλήματα μαθηματικής λογικής που παρουσιάζονται σε αυτό: πρόκειται για το κείμενο του P. Bleher, «Είλικρινείς, ψεύτες και απατεώνες». Όπως από την αρχή διευκρινίζει ο συγγραφέας του άρθρου, στα προβλήματα αυτά πρωταγωνιστούν οι «ειλικρινείς», οι οποίοι λένε πάντα αλήθεια, και οι «ψεύτες», οι οποίοι λένε πάντα ψέματα (τέτοια είναι το πρώτο πρόβλημα, που είναι αρκετά εύκολο, ενώ και το τρίτο είναι σχετικά εύκολο). Ωστόσο, τα πιο δύσκολα και ενδιαφέροντα προβλήματα είναι εκείνα στα οποία εμφανίζονται και οι «απατεώνες», δηλαδή κάποιιοι που μπορούν να πουν οτιδήποτε, έστω και μόνο για να μπερδέψουν τον ερωτώντα (τέτοια είναι το δεύτερο και το τέταρτο πρόβλημα, των οποίων η επίλυση είμαι βέβαιος ότι

θα ενθουσιάσει και τους πλέον «απαιτητικούς» λύτες γρίφων της λογικής). Ο τύπος των γρίφων της λογικής που αναλύονται από τον P. Bleher θυμίζει τους γρίφους λογικής που συναντά κανείς στα βιβλία του Raymond Smullyan, του οποίου τα ακόλουθα έργα κυκλοφορούν και στα ελληνικά: *Την κυρία ή την τίγρη & άλλα αινίγματα μαθηματικής λογικής* (2η έκδοση, Κάτοπτρο, 2010), *Ο Σατανάς, ο Cantor & το Άπειρο* (Κάτοπτρο, 2003) και *Ο Γρίφος της Σεχραζάντ και άλλα αινίγματα μαθηματικής λογικής* (Τραυλός, 2011).

Δεύτερον, πολλά κεφάλαια του βιβλίου είναι γραμμένα από μαθηματικούς πολύ γνωστούς για την εξαιρετική παιδαγωγική αξία των βιβλίων τους. Π.χ., ο συγγραφέας του πρώτου κεφαλαίου, με τίτλο, «Δύο παιχνίδια με σπίρτα», είναι ο περίφημος I.M. Yaglom, του οποίου αρκετά βιβλία έχουν μεταφραστεί και στα αγγλικά. Περιορίζομαι να αναφερθώ μόνον στο τετράτομο έργο του, *Geometric Transformations* (Mathematical Association of America, 1962, 1968, 1973, 2009), που είμαι βέβαιος ότι οι λάτρεις της Γεωμετρίας στη χώρα μας καλά γνωρίζουν, ενώ εξαιρετικό είναι και το πόνημά του, *A Simple Non-Euclidean Geometry and Its Physical Basis* (Springer, 1979), το οποίο απευθύνεται τόσο σε μαθηματικούς, όσο και σε φυσικούς. Ένας ακόμα πολύ γνωστός για τις παιδαγωγικές του ικανότητες συγγραφέας που συμμετέχει με κείμενό του στον παρόντα τόμο είναι ο V.A. Uspenskiĭ (ή Uspensky), που, από κοινού με τον A.L. Semenov, έχουν συντάξει το άρθρο, «Επιλύσιμα και μη επιλύσιμα αλγοριθμικά προβλήματα». Όσοι αγαπούν τη Μαθηματική Λογική και έχουν ένα ιδιαίτερο ενδιαφέρον να μαθαίνουν διαφορετικές αποδείξεις των Θεωρημάτων του Kurt Gödel, έχουν σίγουρα προσέξει το βιβλίο του V.A. Uspensky *Gödel's Incompleteness Theorems*,* το οποίο, χάρη στο «μεράκι» του Θ. Χριστακόπουλου, μεταφράστηκε στα ελληνικά, με τίτλο *Για το θεώρημα μη-πληρότητας του Gödel* (Τροχαλία, 1998). Η απόδειξη του Uspensky είναι διαφορετική ως προς την ακολουθούμενη μέθοδο από εκείνη του Gödel, καθώς βασίζεται στη χρήση στοιχειωδών (elementary) εννοιών της θεωρίας αλγορίθμων.

Στην αρχή αυτού του προλόγου έκανα λόγο για σχολαστικά επιμελημένη έκδοση του παρόντος βιβλίου. Εξηγώ ευθύς αμέσως το γιατί πιστεύω ότι αυτός ο ισχυρισμός μου αληθεύει. Κατ' αρχάς, η μετάφραση από τα αγγλικά του Γιάννη Παπαδόγγονα είναι εξαιρετική. Επιπλέον, θεωρώ πολύ σημαντική προστιθέμενη αξία της παρούσας ελληνικής έκδοσης το ότι οι δύο επιμελητές της, ο Καθηγητής Χρήστος Αθανασιάδης και ο Πέτρος Μπρέγιαννης –και οι δύο τους ολυμπιονίκες, ως μαθητές, στα Μαθηματικά, και σήμερα αμφότεροι λαμπροί μαθηματικοί- εμπλούτισαν τα άρθρα με σημειώσεις τους (Σ.τ.Ε.), οι οποίες αλλού διασαφηνίζουν κρίσιμα σημεία μαθηματικών συλλογισμών και αλλού προσθέτουν χρήσιμες επιπλέον σκέψεις, πάντα σε απόλυτη συνά-

*Υπάρχει ελεύθερα διαθέσιμο στο διαδίκτυο εδώ: <https://core.ac.uk/download/pdf/82675798.pdf>

φεια με το εκάστοτε συζητούμενο θέμα. Οι Σ.τ.Ε. βρίσκονται μέσα στο κυρίως κείμενο όταν είναι σύντομες, ενώ έχουν τη μορφή υποσελίδιων σημειώσεων όταν είναι πιο εκτενείς. Επίσης, στο τέλος καθενός από τα ακόλουθα πέντε άρθρα, με τίτλους, «Ποιος θα πάει στο Ρίο;», «Πώς εντοπίζουμε ένα κίβδηλο κέρμα», «Το γενικευμένο πρόβλημα των κίβδηλων κερμάτων», «Ευλικρινείς, ψεύτες και απατεώνες» και «Βέλτιστο στοίχημα για αφελείς», οι επιμελητές έχουν από δύο προσθήκες. Και οι δέκα αυτές προσθήκες αποτελούν αξιοσημείωτες μαθηματικές αποδείξεις και διευκρινίσεις, που διευκολύνουν, σε πολύ μεγάλο βαθμό, την κατανόηση της ύλης αυτών των άρθρων. Κλείνω, ευχόμενος η μελέτη του ανά χείρας βιβλίου να γοητεύσει τους μαθηματικά «ώριμους» αλλά, κυρίως, να κεντρίσει την προσοχή και το ενδιαφέρον ανήσυχων νεαρών μυαλών, δηλαδή να τα ωθήσει να ασχοληθούν συστηματικά με τα Μαθηματικά. Για να είναι το βιβλίο «καλοτάξιδο», όπως εύχομαι, πρέπει, στο τέλος της πορείας του, να έχει εκπληρώσει τον προαναφερθέντα προορισμό του. Είθε, λοιπόν, κάποιοι που θα διαβάσουν τα άρθρα για τη Συνδυαστική που αυτός ο τόμος περιλαμβάνει να ακολουθήσουν αυτή τη «διαδρομή», η οποία οδηγεί στη μελέτη σύγχρονων επιτευγμάτων/αποτελεσμάτων στον εν λόγω ραγδαία αναπτυσσόμενο μαθηματικό κλάδο, όπως, π.χ., αυτά που παρουσιάζονται στα έξοχα βιβλία του Χρήστου Αθανασιάδη *Διακριτά Μαθηματικά* (εκδόσεις Εφαλτήριο, 2023), του Richard P. Stanley *Algebraic Combinatorics* (Springer, 2013), καθώς και του Martin Aigner *A Course in Enumeration* (Springer, 2007).

Γιώργος Α. Ευαγγελόπουλος
Νέα Μάκρη
8 Οκτωβρίου 2023