

Λύσεις του συνόλου προβλημάτων 0

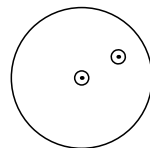
Πρόβλημα 0.1 Θα της πάρει 10 λεπτά. Για να φτάσει από τον πρώτο όροφο στον πέμπτο, ανεβαίνει τέσσερεις ορόφους, και για να φτάσει από τον πρώτο όροφο στον ένατο ανεβαίνει οκτώ ορόφους. Δηλαδή ανεβαίνει διπλάσιο αριθμό ορόφων, οπότε θα χρειαστεί τον διπλάσιο χρόνο.

Πρόβλημα 0.2 Το γεγονός ότι ο δείκτης δεν δείχνει μηδέν σημαίνει ότι η ζυγαριά μετατοπίζει (αλλοιώνει) κάθε βάρος κατά την ίδια ποσότητα. Ας ονομάσουμε αυτή την ποσότητα x . Δεν γνωρίζουμε το πραγματικό βάρος της πρώτης τσάντας, αλλά όταν προσθέτουμε σε αυτό το βάρος το x παίρνουμε την ένδειξη 2· αντίστοιχα, προσθέτοντας το x στο πραγματικό βάρος της δεύτερης τσάντας παίρνουμε την ένδειξη 3. Οι δύο ενδείξεις έχουν άθροισμα 5, το οποίο διαφέρει από το άθροισμα των πραγματικών βαρών κατά $x+x$. Όταν ζυγίζουμε τις δύο τσάντες μαζί παίρνουμε ένδειξη 6, η οποία διαφέρει από το άθροισμα των πραγματικών βαρών κατά x . Επομένως, $x = -1$: η ζυγαριά δείχνει 1 κιλό λιγότερο από το πραγματικό βάρος. Συνεπώς, το πραγματικό βάρος για τις δύο τσάντες είναι 3 κιλά και 4 κιλά.

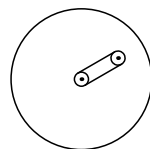
Πρόβλημα 0.3 Ας εξετάσουμε τους αριθμούς που αντιστοιχίζονται στον αντίχειρα. Αρχικά αντιστοιχίζεται το 1, και στη συνέχεια μετράμε τέσσερα από τον δείκτη μέχρι το μικρό δαχτυλάκι, και κατόπιν ξανά τέσσερα προς τα πίσω (από τον παράμεσο μέχρι τον αντίχειρα), οπότε αντιστοιχίζεται στον αντίχειρα ο αριθμός $1 + 8 = 9$. Κατόπιν αντιστοιχίζεται ο αριθμός $9 + 8 = 17$, και κάθε επόμενος αριθμός που αντιστοιχίζεται είναι μεγαλύτερος από τον προηγούμενο κατά οκτώ. Αφού το 1000 διαιρείται με το 8, θα αντιστοιχιστεί στον αντίχειρα ο αριθμός $1 + 8 \times 125 = 1001$. Επομένως, το 1000-οστό δάχτυλο θα είναι ο δείκτης.

Πρόβλημα 0.4 Αν η κουκκίδα βρίσκεται στο κέντρο, δεν χρειάζεται να κόψουμε καθόλου τον κύκλο. Ας υποθέσουμε ότι η κουκκίδα δεν βρίσκεται στο κέντρο, ούτε στην περιφέρεια.

(α) Αποκόψτε δύο μικρούς, μη επικαλυπτόμενους κύκλους της ίδιας ακτίνας, με κέντρα την κουκκίδα και το κέντρο του αρχικού κύκλου. Οι μικροί κύκλοι θα πρέπει να βρίσκονται εξ ολοκλήρου στο εσωτερικό του αρχικού κύκλου, όπως στο διάγραμμα. Ο αρχικός κύκλος έχει χωριστεί σε τρία μέρη. Τώρα εναλλάξτε τους δύο μικρούς κύκλους.



(β) Λύση 1: Μπορούμε να τροποποιήσουμε κάπως την προηγούμενη λύση. Σχεδιάστε δύο κοινές εφαπτόμενες στους μικρούς κύκλους, όπως φαίνεται στο διάγραμμα. Κατόπιν αποκόψτε το ωειδές σχήμα που έχει προκύψει. Έχουμε χωρίσει τον αρχικό κύκλο σε δύο μέρη· τώρα απλώς περιστρέψτε το σχήμα που έχετε αποκόψει κατά 180 μοίρες!



Λύση 2: Όπου κι αν βρίσκεται η κουκκίδα, σχεδιάστε έναν κύκλο με κέντρο την κουκκίδα και ακτίνα ίση με την ακτίνα του αρχικού κύκλου, και αποκόψτε το τόξο που προκύπτει στο εσωτερικό του αρχικού κύκλου. Εκτός από την περίπτωση όπου η κουκκίδα βρίσκεται στο κέντρο του αρχικού κύκλου, θα πάρετε ένα κομμάτι με αμφίκυρτο σχήμα και ένα κομμάτι με σχήμα μηνίσκου (ημισελήνου). Ολισθήστε τον μηνίσκο στην άλλη πλευρά του αμφίκυρτου κομματιού, περιστρέφοντάς το ταυτόχρονα κατά 180 μοίρες. Με τον τρόπο αυτό θα πάρετε έναν νέο κύκλο με το κέντρο του στην κουκκίδα.

Πρόβλημα 0.5 Τη στιγμή που φεύγει από το σπίτι ο αδελφός, η αδελφή του προηγείται κατά κάποια απόσταση· ας πούμε ότι προηγείται κατά x μέτρα. Κατόπιν, κάθε επόμενο 5-λεπτο η αδελφή διανύει την ίδια απόσταση των x μέτρων ενόσω ο αδελφός της διανύει $1,5x$ μέτρα. Επομένως, κάθε 5 λεπτά η απόσταση μεταξύ τους μειώνεται κατά $0,5x$ μέτρα. Αφού αρχικά η απόσταση μεταξύ τους ήταν x μέτρα, για να την προφτάσει ο αδελφός θα χρειαστούν 10 λεπτά.

Πρόβλημα 0.6 Οι περισσότεροι που τους τίθεται αυτό το ερώτημα πιστεύουν πως αν ο εκσκαφέας μετακινηθεί προς τα εμπρός κατά 10 εκατοστά, το ίδιο θα συμβεί και με το σημείο A . Όπως μπορούμε όμως να καταλάβουμε εύκολα, αυτό δεν ισχύει. Αν ίσχυε, τότε το σημείο A θα παρέμενε στην ίδια θέση στον εκσκαφέα, δηλαδή ακριβώς στο μέσον, πράγμα που θα σήμαινε πως το πέλμα της ερπύστριας του εκσκαφέα δεν κινείται. Κατά ποια απόσταση μετακινείται λοιπόν το σημείο A ;

Ας εξετάσουμε το σημείο του μπροστινού τροχού του εκσκαφέα το οποίο εφάπτεται στο έδαφος αφότου έχει μετακινηθεί ο εκσκαφέας. Το σημείο αυτό απέχει 10 εκατοστά από το σημείο όπου ο τροχός εφάπτόταν στο έδαφος προτού μετακινηθεί ο εκσκαφέας. Επομένως, 10 εκατοστά του πέλματος έχουν αγγίξει το έδαφος καθώς ο εκσκαφέας κινήθηκε προς τα εμπρός κατά 10 εκατοστά. Αφού το σημείο A έχει μετακινηθεί 10 εκατοστά ως προς το μέσον του εκσκαφέα, και ο εκσκαφέας έχει κινηθεί 10 εκατοστά προς τα εμπρός, το σημείο A έχει μετακινηθεί $10 + 10 = 20$ εκατοστά. Αυτή είναι η μετατόπιση του σημείου A ως προς το έδαφος.

Ένας άλλος τρόπος να το αντιληφθούμε είναι να φανταστούμε ότι βρισκόμαστε δίπλα στον εκσκαφέα και κινούμαστε μαζί με αυτόν ενώ καταγράφουμε τη σκηνή με μια βιντεοκάμερα. Όταν αργότερα προβάλλουμε το βίντεο σε μια

οθόνη, θα δούμε τον εκσκαφέα να βρίσκεται σε μια σταθερή θέση αλλά τους τροχούς του να περιστρέφονται και το πέλμα να κινείται. Στη διάρκεια της προβολής του βίντεο, το σημείο A θα έχει μετακινηθεί κατά 10 εκατοστά στην οθόνη. Ταυτόχρονα, η βιντεοκάμερά μας θα έχει προχωρήσει 10 εκατοστά. Συνεπώς, το σημείο A έχει πράγματι μετακινηθεί κατά 20 εκατοστά.

Πρόβλημα 0.7 Αφού η Κουκουβάγια και ο Λαγός έφαγαν μαζί 45 μπανάνες, ένας από τους δύο έφαγε τουλάχιστον 23 μπανάνες. Επομένως, ο Γουίνι έφαγε τουλάχιστον 24 μπανάνες, και επομένως οι τρεις τους έφαγαν τουλάχιστον 69 μπανάνες. Άρα, το Γουρουνάκι έφαγε το πολύ μία μπανάνα. Στο πρόβλημα αναφέρεται ότι κάθε ζώακι έφαγε τουλάχιστον μία μπανάνα, και επομένως το Γουρουνάκι έφαγε ακριβώς μία.

Πρόβλημα 0.8 Ας συμβολίσουμε με A το 7ο δέντρο της Νικόλ και με B το 20ό δέντρο της. Αν ακολουθήσουμε την κατεύθυνση μέτρησης της Νικόλ, υπάρχουν ακριβώς 12 δέντρα ανάμεσα στο A και στο B . Συνεχίζουμε να μετράμε μετά από το B , αλλά χρησιμοποιώντας τη μέτρηση της Βαλερί. Υπάρχουν 86 δέντρα ανάμεσα στο B και στο A , αφού υπάρχουν ακριβώς 86 ακέραιοι μεγαλύτεροι από το 7 και μικρότεροι από το 94. Αν συμπεριλάβουμε στην τελική μας καταμέτρηση και τα A και B , βρίσκουμε ότι το συνολικό πλήθος των δέντρων είναι $12 + 86 + 2 = 100$.

Μπορείτε να αποφανθείτε αν τα κορίτσια κινήθηκαν στην ίδια κατεύθυνση ή σε αντίθετες κατευθύνσεις καθώς μετρούσαν τα δέντρα;

Πρόβλημα 0.9 Αν σε ένα ζευγάρι το αγόρι έχει τριπλάσια λουλούδια από το κορίτσι, τότε και τα δύο παιδιά του ζευγαριού μαζί έχουν τετραπλάσια λουλούδια απ' ό,τι το κορίτσι. Αν σε ένα ζευγάρι το αγόρι έχει το ένα τρίτο των λουλουδιών του κοριτσιού, τότε το κορίτσι έχει τριπλάσια λουλούδια από το αγόρι, και επομένως ο συνολικός αριθμός των λουλουδιών του ζευγαριού είναι τετραπλάσιος από τον αριθμό των λουλουδιών του αγοριού. Και στις δύο περιπτώσεις, ο αριθμός των λουλουδιών του ζευγαριού διαιρείται με το 4. Επομένως, ο συνολικός αριθμός των λουλουδιών θα πρέπει να διαιρείται με το 4. Αλλά το 2006 δεν διαιρείται με το 4, και άρα δεν είναι δυνατόν ολόκληρη η ομάδα να έχει 2006 λουλούδια.